

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки: 09.03.04 – Системное и прикладное программное обеспечение

Дисциплина «Дискретная математика»

**Отчёт по домашней работе №2**

Вариант №124

Выполнил

Линейский Аким Евгеньевич

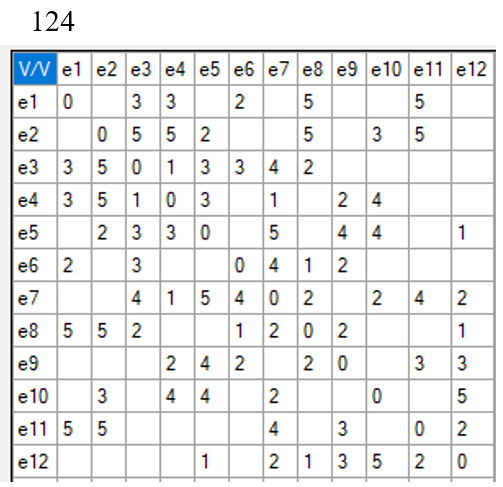
P3115

Проверил

Поляков Владимир Иванович

Санкт – Петербург, 2025

Исходный граф:



Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам. Воспользуемся алгоритмом Дейкстры.

1) l(e1) = 0+; l(ei) = ∞, для всех i ≠1, p = e1

Результаты итерации запишем в таблицу

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 |
| e1 | 0+ |
| e2 | ∞ |
| e3 | ∞ |
| e4 | ∞ |
| e5 | ∞ |
| e6 | ∞ |
| e7 | ∞ |
| e8 | ∞ |
| e9 | ∞ |
| e10 | ∞ |
| e11 | ∞ |
| e12 | ∞ |

2) Гe1 = {e3, e4, e6, e8, e11} – все пометки временные, уточним их:

l(e3) = min[∞, 0+ + 3] = 3

l(e4) = min[∞, 0+ + 3] = 3

l(e6) = min[∞, 0+ + 2] = 2

l(e8) = min[∞, 0+ + 5] = 5

l(e11) = min[∞, 0+ + 5] = 5

3) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e6) = 2

4) Вершина e6 получает постоянную пометку l(e6) = 2+, p = e6

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| e1 | 0+ |  |
| e2 | ∞ | ∞ |
| e3 | ∞ | 3 |
| e4 | ∞ | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | 2+ |
| e7 | ∞ | ∞ |
| e8 | ∞ | 5 |
| e9 | ∞ | ∞ |
| e10 | ∞ | ∞ |
| e11 | ∞ | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ |

5) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe6 = {e1, e3, e7, e8, e9}

Временные пометки имеют вершины e3, e7, e8, e9, уточним их:

l(e3) = min[3, 2+ + 3] = 3

l(e7) = min[∞, 2+ + 4] = 6

l(e8) = min[5, 2+ + 1] = 3

l(e9) = min[∞, 2+ + 2] = 4

6) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e3) = 3

7) Вершина e3 получает постоянную пометку l(e3) = 3+, p = e3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| e1 | 0+ |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |
| e4 | ∞ | 3 | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | 2+ |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 |
| e8 | ∞ | 5 | 3 |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e11 | ∞ | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ |

8) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe3 = {e1, e2, e4, e5, e6, e7, e8}

Временные пометки имеют вершины e2, e4, e5, e7, e8, уточним их:

l(e2) = min[∞, 3+ + 5] = 8

l(e4) = min[3, 3+ + 1] = 3

l(e5) = min[∞, 3+ + 3] = 6

l(e7) = min[6, 3+ + 4] = 6

l(e8) = min[3, 3+ + 2] = 3

9) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e4) = 3

10) Вершина e4 получает постоянную пометку l(e4) = 3+, p = e4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| e1 | 0+ |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

11) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe4 = {e1, e2, e3, e5, e7, e9, e10}

Временные пометки имеют вершины e2, e5, e7, e9, e10, уточним их:

l(e2) = min[8, 3+ + 5] = 8

l(e5) = min[6, 3+ + 3] = 6

l(e7) = min[6, 3+ + 1] = 4

l(e9) = min[4, 3+ + 2] = 4

l(e10) = min[∞, 3+ + 4] = 7

12) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e8) = 3

13) Вершина e8 получает постоянную пометку l(e8) = 3+, p = e8

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |

14) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe8 = {e1, e2, e3, e6, e7, e9, e12}

Временные пометки имеют вершины e2, e7, e9, e12, уточним их:

l(e2) = min[8, 3+ + 5] = 8

l(e7) = min[4, 3+ + 2] = 4

l(e9) = min[4, 3+ + 2] = 4

l(e12) = min[∞, 3+ + 1] = 4

15) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e7) = 4

16) Вершина e7 получает постоянную пометку l(e7) = 3+, p = e7

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 | 4+ |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 |

17) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe7 = {e3, e4, e5, e6, e8, e10, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e5, e10, e11, e12, уточним их:

l(e5) = min[6, 4+ + 5] = 6

l(e10) = min[7, 4+ + 2] = 6

l(e11) = min[5, 4+ + 4] = 5

l(e12) = min[4, 4+ + 2] = 4

18) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e9) = 4

19) Вершина e9 получает постоянную пометку l(e9) = 4+, p = e9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 | 4+ |  |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 6 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 |

20) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe9 = {e4, e5, e6, e8, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e5, e11, e12 уточним их:

l(e5) = min[6, 4+ + 4] = 6

l(e11) = min[5, 4+ + 3] = 5

l(e12) = min[4, 4+ + 3] = 4

21) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e12) = 4

22) Вершина e12 получает постоянную пометку l(e12) = 4+, p = e12

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 | 4+ |  |  |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 6 | 6 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4+ |

23) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe12 = {e5, e7, e8, e9, e10, e11}

Временные пометки имеют вершины e5, e10, e11, уточним их:

l(e5) = min[6, 4+ + 1] = 5

l(e10) = min[6, 4+ + 5] = 6

l(e11) = min[5, 4+ + 2] = 5

24) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e5) = 5

25) Вершина e5 получает постоянную пометку l(e5) = 5+, p = e5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 5+ |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 | 4+ |  |  |  |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 6 | 6 | 6 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4+ |  |

26) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe5 = {e2, e3, e4, e7, e9, e10, e12}

Временные пометки имеют вершины e2, e10, уточним их:

l(e2) = min[8, 5+ + 2] = 7

l(e10) = min[6, 5+ + 4] = 6

27) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e11) = 5

28) Вершина e11 получает постоянную пометку l(e11) = 6+, p = e11

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 7 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 5+ |  |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4+ |  |  |

29) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe11 = {e1, e2, e7, e9, e11}

Временную пометку имеет вершина e2, уточним её:

l(e2) = min[7, 5+ + 5] = 7

30) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e10) = 6

31) Вершина e10 получает постоянную пометку l(e10) = 6+, p = e10

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 7 | 7 |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 5+ |  |  |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |

32) Не все вершины имеют постоянные пометки.

Гe10 = {e2, e4, e5, e7, e12}

Временную пометку имеет вершина e2, уточним её:

l(e2) = min[7, 6+ + 3] = 7

33) l(ei+) = min[l(ei)] = l(e2) = 7

34) Вершина e2 получает постоянную пометку l(e2) = 7+, p = e2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 7 | 7 | 7+ |
| e3 | ∞ | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 5+ |  |  |  |
| e6 | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | ∞ | 6 | 6 | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 5 | 3 | 3 | 3+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |  |
| e10 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | 7 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6+ |  |
| e11 | ∞ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5+ |  |  |
| e12 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4+ |  |  |  |  |

35) Все пометки постоянные.

Минимальные пути к вершинам равны их постоянным пометкам.